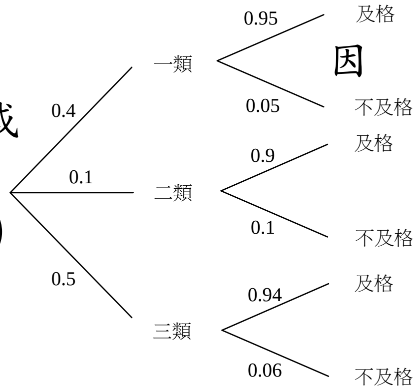
15-2 貝氏定理(常考題型 1)

某校高二學生中，第一、第二與第三類組的人數分別占 40%，10%與 50%，學期成績各類組不及格人數分別占該類組的 5%，10%與 6%．今從高二學生中任抽一人．
(1)抽到的學生成績不及格的機率是多少?
(2)若抽到的是成績不及格的學生求他是第三類組學生的機率．

解答　(1)0.06;(2)$\frac{1}{2}$

解析　依題意畫樹狀圖如下：



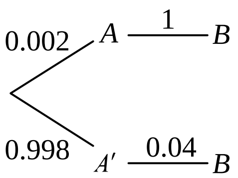
因為成績不及格的學生可能是一類組、二類組或三類組，所以
(1)選出的學生成績不及格的機率為 P(不及格)
$=0.4\times0.05+0.1\times0.1+0.5\times0.06=0.06$．
(2)由貝氏定理
$P(\text{三類組}|\text{不及格})=\dfrac{0.5\times0.06}{0.4\times0.05+0.1\times0.1+0.5\times0.06}=\dfrac{0.03}{0.06}=\dfrac{1}{2}$ ．

15-2 貝氏定理(常考題型 2)

醫療主管機關在持續追蹤某傳染病多年後，發現如果體檢受檢人感染該傳染病，就一定可以檢測出來；但是卻有 4%的機率，將一不患該傳染病之受檢者誤檢為患有該病．已知全部男性人口中有 0.2%的機率患有此病，現於兵役體檢時進行檢測，若該梯次役男共有十萬人受檢，則
(1)被檢測出有傳染病的機率．
(2)若某役男被告知檢測出有病，求該役男確實染病的機率．

解答　(1)0.04192;(2)4.77%

解析　設 A 表示患有傳染病的事件，B 表示檢測有傳染病的事件，



(1)$P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap A')=P(A)\cdot P(B\mid A)+P(A')\cdot P(B\mid A')$
$=0.002\times1+0.998\times0.04=0.04192$．
(2) $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0.002}{0.04192}\approx0.0477=4.77\%$ ．

15-2 貝氏定理(常考題型 3)

甲說實話的機率為$\frac{7}{10}$，乙說實話的機率為$\frac{9}{10}$，今有一袋內有 3 白球，7 黑球，若自袋中任取一球，求
(1)甲、乙看了都說是白球的機率．
(2)若在甲、乙都說是白球的條件下，此球確實為白球的機率．

解答 (1)$\frac{21}{100}$；(2)$\frac{9}{10}$

解析 (1)P(甲乙說是白球)

$=P$(白球 ∩ 甲說實說 ∩ 乙說實話)$+P$(黑球 ∩ 甲說謊話 ∩ 乙說謊話)

$$=\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{9}{10}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{189+21}{1000}=\frac{210}{1000}=\frac{21}{100}$$ ．

(2)P(白球 | 甲乙說是白球)$=\dfrac{\frac{189}{1000}}{\frac{210}{1000}}=\frac{189}{210}=\frac{9}{10}$ ．

15-2 貝氏定理(常考題型 4)

<u>小龍</u>每次訪問別人家時，離開時忘記帶走傘的機率為$\frac{1}{5}$，某日<u>小龍</u>帶傘出去，依序去了甲、乙、丙的家訪問，試問：
(1)回家時發現傘沒有帶回家的機率．
(2)若回家時發現傘沒有帶回家，此傘遺忘在丙家的機率．

解答 (1)$\frac{61}{125}$;(2)$\frac{16}{61}$

解析 (1)傘依序忘在甲、乙、丙家的機率為

傘遺忘在甲家的機率$=\frac{1}{5}$
傘遺忘在乙家的機率$=\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}$
傘遺忘在丙家的機率$=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}$

因此，P(傘忘記帶回家)$=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{61}{125}$ ．

(2)P(傘忘在丙家 | 傘忘記帶回家)$=\dfrac{\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}{\frac{61}{125}}=\frac{16}{61}$ ．